

## Função Penalidade Baseada na Função Onda Triangular para Tratar Variáveis Discretas do Problema de FPOR

D.P. SILVA<sup>1\*</sup>, A.C. PEREIRA<sup>1</sup> e E.M. SOLER<sup>2</sup>

Recebido em 20 dezembro, 2015 / Aceito em 22 fevereiro, 2016

**RESUMO.** O problema de Fluxo de Potência Ótimo (FPO) é um importante problema da área de engenharia elétrica investigado desde a década de 1960. O objetivo do problema de FPO é determinar um ponto de operação de um sistema de transmissão de energia elétrica que otimize um dado desempenho deste sistema e satisfaça suas restrições físicas e operacionais. O problema de Fluxo de Potência Ótimo Reativo (FPOR) é um caso particular do problema de FPO. O problema de FPOR pode ser modelado matematicamente como um problema de programação não-linear, não-convexo, com variáveis discretas e contínuas. Neste trabalho, propõe-se uma nova abordagem de resolução para o problema de FPOR. O método proposto consiste em tratar as variáveis discretas do problema por uma função penalidade diferenciável obtida pela decomposição da função onda triangular por série de Fourier. O método de pontos interiores implementado no *solver* IPOPT é utilizado para resolver a sequência de problemas contínuos e penalizados gerada. As soluções dos problemas contínuos e penalizados convergem para a solução do problema original. Testes numéricos com os sistemas elétricos IEEE 14 e 30 barras são apresentados e demonstram o potencial do método.

**Palavras-chave:** fluxo de potência ótimo, variáveis discretas, função penalidade.

### 1 INTRODUÇÃO

A energia elétrica é indispensável no dia-a-dia das pessoas. Atividades rotineiras dependem completamente da energia elétrica. Os sistemas de energia devem fornecer energia elétrica de qualidade adequada e no momento solicitado pelos consumidores, com o mínimo de interrupções e com custo mínimo.

Devido ao crescimento destes sistemas, e o número de interligações entre estes, operá-los de modo eficiente é uma tarefa complexa. Uma forma eficiente de determinar o estado ótimo de

---

\*Autor correspondente: Daisy Paes Silva.

<sup>1</sup>Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, FEB, UNESP – Universidade Estadual Paulista, 17033-360 Bauru, SP, Brasil. E-mails: daisy.silva@feb.unesp.br; augusto.pereira@feb.unesp.br

<sup>2</sup>Departamento de Matemática, FC – UNESP, Av. Eng. Luiz Edmundo C. Coube, 14-01, 17033-360 SP, Brasil. E-mail: edilaine@fc.unesp

um sistema elétrico é através da resolução do problema de Fluxo de Potência Ótimo (FPO). O problema de FPO determina um ponto de operação de um sistema elétrico através do ajuste dos controles de modo que otimize uma função objetivo e respeite um conjunto de restrições físicas e operacionais. Os estudos relacionados a problemas de FPO se iniciaram na década de 1960 [1], e desde então novas formulações e abordagens de resolução para estes problemas têm sido propostas na literatura.

Neste trabalho trata-se do problema de Fluxo de Potência Ótimo Reativo (FPOR), um caso particular do problema de FPO, em que os controles associados à potência ativa são fixados e os controles relacionadas à potência reativa devem ser ajustados. Na formulação adotada o problema de FPOR é modelado matematicamente como um problema de programação não-linear, não-convexo, restrito, com variáveis discretas e contínuas.

O tratamento eficiente das variáveis discretas em problemas de FPO tem sido reconhecido como um problema desafiador e tem recebido significativa atenção desde o final da década de 1980 [2, 4]. Devido à dificuldade imposta pelas variáveis discretas em problemas de FPO, alguns trabalhos têm apresentado abordagens para tratar estas variáveis, dentre os quais destacamos os trabalhos que utilizam funções penalidade [5, 7].

Devido à importância do problema de FPOR, propomos neste trabalho uma nova função penalidade diferenciável obtida pela decomposição da função onda triangular por série de Fourier. Para resolver a sequência de problemas contínuos e penalizados gerada utiliza-se o método de pontos interiores implementado no *solver* gratuito IPOPT. As soluções dos problemas contínuos e penalizados convergem para a solução do problema original, com variáveis discretas e contínuas. Os testes numéricos com os sistemas elétricos IEEE 14 e 30 barras demonstram o potencial do método proposto para a resolução do problema de FPOR.

Este trabalho está organizado como segue: na seção 2 é apresentada a formulação matemática do problema de FPOR. Na seção 3 é apresentada a função penalidade obtida baseada na função onda triangular. Na seção 4 estão os resultados numéricos obtidos e finalmente na seção 5 estão as conclusões.

## 2 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO REATIVO

O problema de FPOR é modelado matematicamente como um problema de programação não-linear, não-convexo, restrito, com variáveis discretas e contínuas. A seguir é apresentada a formulação matemática para este problema adotada neste trabalho, que objetiva minimizar as perdas de potência ativa nas linhas de transmissão de energia elétrica. Considere:

- Conjuntos:

$BS$	Barras do sistema.
$BCCR$	Barras de carga e de controle de reativo.
$BC$	Barras de carga.
$BCR$	Barras de controle de reativo.
$T$	Transformadores com <i>tap</i> variável.
$\Omega$	Linhas de transmissão.
$\Omega_k$	Linhas de transmissão conectadas a uma barra $k$ .
$BSS$	Barras com susceptâncias <i>shunt</i> variável. Tem-se $BSS \subset BS$ .
$D_{t_l}$	Valores discretos que o <i>tap</i> do transformador da linha $l$ pode assumir.
$D_{b_k^{sh}}$	Valores discretos que a susceptância <i>shunt</i> $k$ pode assumir.

- Constantes:

$\underline{Q}_k, \overline{Q}_k$	Limites mínimo e máximo da geração de potência reativa na barra $k$ , respectivamente, com $k \in BS$ ( $pu$ ).
$\underline{V}_k, \overline{V}_k$	Limites mínimo e máximo da magnitude da tensão na barra $k$ , respectivamente, com $k \in BS$ ( $pu$ ).
$g_{(k,m)}, b_{(k,m)}$	Condutância e susceptância da linha $(k, m)$ , respectivamente, com $(k, m) \in \Omega$ ( $pu$ ).
$b_{(k,m)}^{sh}$	Susceptância <i>shunt</i> da linha $(k, m)$ , com $(k, m) \in \Omega$ ( $pu$ ).
$P_k^G, P_k^C$	Potência ativa gerada e consumida, respectivamente, na barra $k$ , com $k \in BS$ ( $pu$ ).
$Q_k^G, Q_k^C$	Potência reativa gerada e consumida, respectivamente, na barra $k$ , com $k \in BS$ ( $pu$ ).

- Variáveis:

$\theta_k$	Ângulo da tensão na barra $k$ , com $k \in BS$ (rad).
$V_k$	Magnitude da tensão na barra $k$ , com $k \in BS$ ( $pu$ ).
$t_{(k,m)}$	<i>Tap</i> do transformador da linha $(k, m)$ , com $(k, m) \in T$ ( $pu$ ).
$b_k^{sh}$	Susceptância <i>shunt</i> da barra $k$ , com $k \in BSS$ ( $pu$ ).

Assim, tem-se as seguintes funções na formulação matemática do problema de FPOR:

- Função objetivo a ser minimizada:

A função objetivo é uma função escalar  $f(V, \theta)$ , dada por (2.1), que representa as perdas de potência ativa nas linhas de transmissão de energia elétrica.

$$f = \sum_{k \in BS} \sum_{m: (k,m) \in \Omega_k} g_{(k,m)} \left[ V_k^2 + V_m^2 - 2V_k V_m \cos(\theta_{(k,m)}) \right], \quad (2.1)$$

em que

$$\theta_{(k,m)} = \theta_k - \theta_m, \quad \forall k \in BS, \quad \forall m : (k, m) \in \Omega_k.$$

- Balanços de potência ativa e reativa (Restrições de Igualdade):

As equações de fluxo de potência do sistema, baseadas nas leis de Kirchhoff, são apresentadas em (2.2) e (2.3), respectivamente:

$$\Delta P_k = P_k^G - P_k^C - \sum_{m: (k,m) \in \Omega_k} P_{(k,m)} = 0, \quad \forall k \in BCCR, \quad (2.2)$$

$$\Delta Q_k = Q_k^G - Q_k^C - b_k^{sh} V_k - \sum_{m: (k,m) \in \Omega_k} Q_{(k,m)} = 0, \quad \forall k \in BC, \quad (2.3)$$

em que

$$P_{km} = t_{(k,m)} V_k^2 g_{(k,m)} - t_{(k,m)} V_k V_m \{ g_{(k,m)} \cos[\theta_{(k,m)}] + b_{im} \text{sen}[\theta_{(k,m)}] \}, \quad \forall (k, m) \in BCCR, \quad \forall m : (k, m) \in \Omega_k,$$

$$Q_{km} = - [t_{(k,m)} V_k]^2 [b_{(k,m)} + b_{(k,m)}^{sh}] + t_{(k,m)} V_k V_m [b_{(k,m)} \cos(\theta_{(k,m)}) - g_{(k,m)} \text{sen}(\theta_{(k,m)})], \quad \forall k \in BC, \quad \forall m : (k, m) \in \Omega_k.$$

- Limites da potência reativa injetada nas barras, e limites das magnitudes de tensão (Restrições de desigualdade):

$$\underline{Q}_k \leq Q_k \leq \overline{Q}_k, \quad \forall k \in BCR, \quad (2.4)$$

$$\underline{V}_k \leq V_k \leq \overline{V}_k, \quad \forall k \in BS, \quad (2.5)$$

em que

$$Q_k = Q_k^C - b_k^{sh} V_k^2 + \sum_{m: (k,m) \in \Omega_k} - [t_{(k,m)} V_k]^2 [b_{(k,m)} + b_{(k,m)}^{sh}] + t_{(k,m)} V_k V_m [b_{(k,m)} \cos(\theta_k - \theta_m) - g_{(k,m)} \text{sen}(\theta_{(k,m)})].$$

- As restrições (2.6) e (2.7) indicam que as variáveis *tap* dos transformadores e susceptância *shunt* devem pertencer aos conjuntos discretos.

$$t_l \in D_{t_l}, \quad (2.6)$$

$$b_k^{sh} \in D_{b_k^{sh}}. \quad (2.7)$$

Na próxima seção apresenta-se o método de solução proposto neste trabalho para resolver o problema de FPOR dado pela equações (2.1)–(2.7).

### 3 MÉTODO PROPOSTO

Conforme apresentado na seção anterior, o problema de FPOR apresenta como variáveis discretas os *taps* dos transformadores e a susceptâncias *shunt*. Devido à grande complexidade de solução de problemas de programação não-linear com variáveis discretas e contínuas, propõe-se um método baseado em uma função penalidade para o tratamento das variáveis discretas.

De modo geral, o problema de FPOR com variáveis discretas e contínuas dado por (2.1)–(2.7) pode ser representado por (3.1).

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & f(x, y) \\ \text{s.a. :} \quad & h_j(x, y) = 0, j = 1, 2, \dots, m \\ & g_i(x, y) \leq 0, i = 1, 2, \dots, p \\ & \underline{x} \leq x \leq \bar{x} \\ & y_k \in D_{y_k}, k = 1, 2, \dots, n_y, \end{aligned} \quad (3.1)$$

em que  $x$  é o vetor das variáveis contínuas,  $y$  é o vetor das variáveis discretas e  $D_{y_k}$  é o conjunto de valores discretos que a variável  $y_k$  pode assumir.

Propõe-se uma função penalidade baseada na decomposição em série de Fourier da função triangular para o tratamento das variáveis discretas do problema de FPOR. Considere a função triangular de período 1, sua decomposição em série de Fourier e esta transladada de modo que a nova função seja nula em seu ponto de mínimo. Estas funções são mostrados na Figura 1. A função triangular de período 1 escrita através de sua decomposição em série de Fourier e transladada é dada por (3.2):

$$P_k(y_k) = \frac{8}{225\pi^2} [225\text{sen}(2\pi y_k) - 25\text{sen}(6\pi y_k) + 9\text{sen}(10\pi y_k)] + 0.933056. \quad (3.2)$$

A partir da equação (3.2), generalizamos esta função para que esta se anule em um conjunto de valores discretos com passo de tamanho  $p$ . Assim, obtemos a função (3.3):

$$\begin{aligned} P_k(y_k) = \frac{8}{225\pi^2} \left\{ 225\text{sen} \left[ 2\pi \left( \frac{y_k}{p} + \alpha \right) \right] - 25\text{sen} \left[ 6\pi \left( \frac{y_k}{p} + \alpha \right) \right] \right. \\ \left. + 9\text{sen} \left[ 10\pi \left( \frac{y_k}{p} + \alpha \right) \right] \right\} + 0.933056, \end{aligned} \quad (3.3)$$

em que  $p$  é o passo discreto e  $\alpha$  é um ajuste no eixo das abcissas para que os valores discretos sejam correspondentes aos mínimos da função.

A função (3.3) tem a seguinte característica:

$$P_k(y_k) = \begin{cases} 0, & \text{se } y_k \in D_{y_k}, \\ \delta > 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

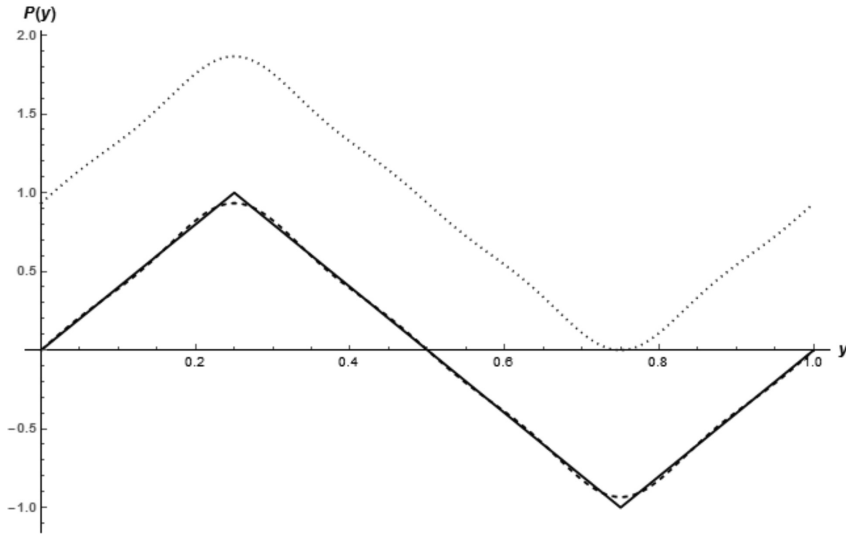


Figura 1: Função triangular genérica (curva contínua), sua decomposição em série de Fourier (curva tracejada) e a função penalidade de referência (curva pontilhada).

Desta forma, obtêm-se o problema penalizado (3.4), com somente variáveis contínuas, cujas soluções convergem para a solução do problema original (3.1).

$$\begin{aligned}
 \text{Min} \quad & f(x, y) + \sum_{k=1}^{n_y} \omega_k P_k(y_k) \\
 \text{s.a. :} \quad & h_j(x, y) = 0, j = 1, 2, \dots, m \\
 & g_i(x, y) \leq 0, i = 1, 2, \dots, p \\
 & \underline{x} \leq x \leq \bar{x} \\
 & \underline{y}_k \leq y_k \leq \bar{y}_k, k = 1, 2, \dots, n_y,
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

em que  $\underline{y}_k = \text{Min} \{D_{y_k}\}$ ,  $\bar{y}_k = \text{Max} \{D_{y_k}\}$  e  $\omega_k > 0$  são os parâmetros de penalidade.

Em (3.4) as funções penalidade têm sua amplitude modulada por parâmetros de penalidade  $\omega_k > 0, k = 1, 2, \dots, n_y$ . Caso o valor de  $\omega_k$  seja muito alto, a função penalidade terá peso significativo em relação à função objetivo, fazendo com que o algoritmo de solução priorize a sua minimização ao invés de priorizar a minimização da função objetivo original. Por outro lado, caso o valor de  $\omega_k$  seja muito baixo, a função penalidade será insignificante em relação à função objetivo, fazendo com que as variáveis originalmente discretas não convirjam para seus valores discretos permitidos. Assim, propõe-se iniciar o processo iterativo, com  $\omega_k$  suficientemente pequenos, aumentando-os gradativamente:

$$\omega_k^{l+1} = c_k \omega_k^l, \tag{3.5}$$

em que  $1 < c_k < 2, k = 1, 2, \dots, n_y$  e  $l$  denota a iteração atual.

O processo iterativo é finalizado quando cada variável originalmente discreta assume um valor suficientemente próximo de um valor pertencente ao seu conjunto de valores discretos permitidos, considerando uma tolerância  $\varepsilon$ :

$$|y_k^* - y_k^d| \leq \varepsilon, k = 1, 2, \dots, n_y,$$

em que  $y_k^d$  é o valor discreto mais próximo de  $y_k^*$ .

Desta forma, uma sequência finita de problemas contínuos e penalizados (3.4) é resolvida e as soluções obtidas convergem para a solução do problema original (3.1). A sequência de problemas contínuos e penalizados (3.4) é resolvida pelo método de pontos interiores [8] implementado no *solver* gratuito IPOPT (<https://projects.coin-or.org/Ipopt>). Optou-se por utilizar método de pontos interiores para resolução dos problemas contínuos e penalizados, pois estes tem apresentado eficiência e rápida convergência na resolução de problemas de FPO com variáveis contínuas [9-11].

A seguir é descrito o algoritmo de solução proposto para resolver os problemas da forma de (3.1).

#### **Início:**

1. Faça  $l = 1$ ;
2. Leia  $\omega_k^{(1)}$ ,  $\varepsilon$ ,  $c_k$ , em que  $\omega_k^{(1)} > 0$  e  $1 < c_k < 2$ ;
3. Resolver o problema contínuo e penalizado (3.4) pelo *solver* IPOPT;
4. Se  $|y_k^* - y_k^d| < \varepsilon$ ,  $k = 1, 2, \dots, n_y$  então, a solução atual é uma solução para o problema, caso contrário, seguir para o passo 5;
5. Faça  $l = l + 1$ ,  $\omega_k^{l+1} = c_k \omega_k^l$  e volte ao passo 3.

#### **Fim**

## **4 RESULTADOS NUMÉRICOS**

Os testes numéricos foram realizados com os sistemas elétricos IEEE 14 e 30 barras, referência na área, para avaliar o potencial do método proposto quando aplicado ao problema de FPOR com variáveis discretas e contínuas. Os dados destes sistemas elétricos foram coletados de [www.ee.washington.edu/research/pstca](http://www.ee.washington.edu/research/pstca).

O computador utilizado para a realização dos testes numéricos possui processador Intel Core i5-4200U de 1.6 GHz e 8 GB de memória RAM.

Para a resolução dos problemas de FPOR contínuos e penalizados, foi utilizado o *solver* IPOPT em interface com o *software* GAMS.

#### 4.1 Sistema Elétrico IEEE 14 Barras

O sistema elétrico IEEE 14 barras tem como variáveis discretas 3 *taps* de transformadores variáveis nas linhas (4,7), (4,9) e (5,6) e uma susceptância *shunt* na barra 9.

Os limites mínimos e máximos das magnitudes das tensões adotados foram, respectivamente, 0.95 e 1.1 pu.

Foi considerado que as variáveis de controle discretas *taps* dos transformadores devem pertencer ao conjunto discreto {0.96; 0.98; 1; 1.02; 1.04} pu e a susceptância *shunt* deve pertencer ao conjunto discreto {0; 0.2; 0.4} pu. Pode-se notar que:

$$p_{t_{(k,m)}} = 0.02, \forall (k, m) \in T \text{ e } p_{b_9^{sh}} = 0.2.$$

Além disso, para que os valores discretos, tanto dos *taps* dos transformadores quanto da susceptância *shunt* sejam os mínimos da função penalidade, temos que

$$\alpha_{t_{(k,m)}} = \alpha_{b_9^{sh}} = -0.25, \forall (k, m) \in T.$$

Os parâmetros de penalidade iniciais adotados neste teste foram  $\omega_{t_{(k,m)}} = \omega_{b_9^{sh}} = 10^{-5}$ ,  $\forall (k, m) \in T$  e foram multiplicados a cada iteração pelo fator  $c_{t_{(k,m)}} = c_{b_9^{sh}} = 1.3$ ,  $\forall (k, m) \in T$ , os quais foram determinados por meio de testes computacionais. A tolerância utilizada foi de  $\varepsilon = 0.0005$ .

A solução discreta foi obtida na 6ª iteração. O tempo computacional foi de 2.092 segundos. A Tabela 1 apresenta os valores assumidos pelas variáveis discretas, *taps* dos transformadores e pelas susceptâncias *shunt*, na solução obtida. Na Figura 2 são plotados os valores assumidos pelas variáveis contínuas, magnitude e ângulo de tensão nas barras, na solução obtida. Observa-se que as tensões estão dentro de seus limites estabelecidos.

Tabela 1: Solução obtida para as variáveis discretas – Sistema elétrico IEEE 14 barras.

Variável de controle discreta	Valor (pu)
$t_{(4,7)}$	1.02
$t_{(4,9)}$	1.02
$t_{(5,6)}$	0.98
$b_9^{sh}$	0.4

As perdas de potência ativa nas linhas de transmissão de energia elétrica do sistema na solução obtida foi de 12.27 MW.

#### 4.2 Sistema Elétrico IEEE 30 Barras

O sistema elétrico IEEE 30 barras tem como variáveis discretas 4 *taps* de transformadores variáveis nas linhas (6,9), (6,10), (4,12) e (28,27) e 2 susceptâncias *shunt*, nas barras 10 e 24.



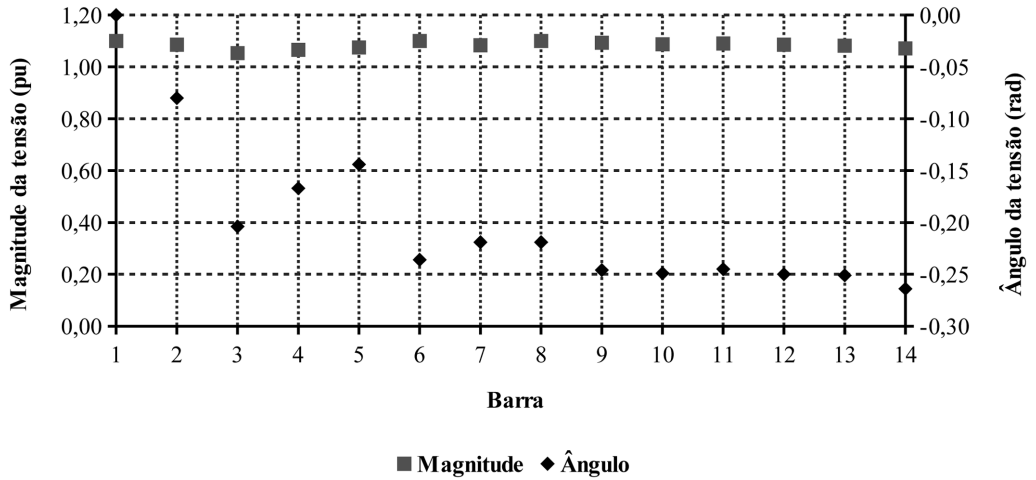


Figura 2: Solução obtida para as variáveis contínuas – Sistema elétrico IEEE 14 barras.

Os limites mínimos e máximos das magnitudes das tensões foram os mesmos adotados no sistema elétrico de 14 barras.

Os *taps* dos transformadores deste sistema devem pertencer mesmo conjunto discreto que os *taps* dos transformadores do sistema elétrico de 14 barras. As susceptâncias *shunt* das barras 10 e 24 devem pertencer, respectivamente, aos conjuntos discretos  $\{0.14; 0.16; 0.18; 0.20; 0.22\}$  e  $\{0; 0.05; 0.10; 0.15\}$  pu. Pode-se notar que:  $p_{t(k,m)} = 0.02, \forall(k, m) \in T$ ,  $p_{b_{10}^{sh}} = 0.02$  e  $p_{b_{24}^{sh}} = 0.05$ . Além disso, para que os valores discretos, tanto dos *taps* dos transformadores quanto das susceptâncias *shunt* sejam os mínimos da função penalidade, temos que

$$\alpha_{t(k,m)} = \alpha_{b_k^{sh}} = -0.25, \forall(k, m) \in T, \forall k \in BSS.$$

Os parâmetros de penalidade iniciais adotados neste teste foram

$$\omega_{t(k,m)} = \omega_{b_k^{sh}} = 1.9 \times 10^{-4}, \forall(k, m) \in T, \forall k \in BSS$$

e foram multiplicados a cada iteração pelo fator de penalidade  $c_{t(k,m)} = c_{b_k^{sh}} = 1.3, \forall(k, m) \in T$ , os quais foram determinados por meio de testes computacionais. A tolerância utilizada foi de  $\varepsilon = 0.0005$ .

A solução discreta foi obtida na  $10^3$  iteração. O tempo computacional foi de 2.254 segundos. A Tabela 2 apresenta os valores assumidos pelas variáveis discretas, *taps* dos transformadores e pelas susceptâncias *shunt*, na solução obtida. Na Figura 3 são plotados os valores assumidos pelas variáveis contínuas, magnitude e ângulo de tensão nas barras, na solução obtida. Observa-se que as tensões estão dentro de seus limites estabelecidos.

As perdas de potência ativa nas linhas de transmissão de energia elétrica do sistema na solução obtida foi de 16.10 MW.

Tabela 2: Solução obtida para as variáveis discretas – Sistema elétrico IEEE 30 barras.

Variável de controle discreta	Valor (pu)
$t_{(6,9)}$	1.00
$t_{(6,10)}$	1.00
$t_{(4,12)}$	1.02
$t_{(28,27)}$	1.02
$b_{10}^{sh}$	0.20
$b_9^{sh}$	0.10

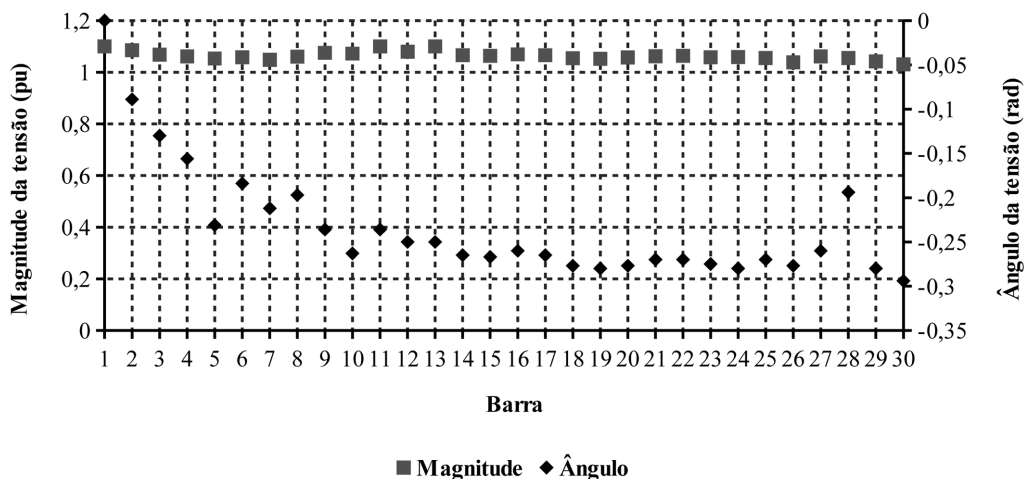


Figura 3: Solução obtida para as variáveis contínuas – Sistema elétrico IEEE 30 barras.

## 5 CONCLUSÕES

O problema de FPOR é modelado como um problema de programação não-linear, não-convexo, estático, restrito, com variáveis discretas e contínuas. Além disso, a função objetivo adotada neste trabalho é não-separável e não permite simplificações. Notoriamente, o problema FPOR é um problema de difícil resolução. Neste trabalho, apresentou-se uma abordagem de solução para o problema de FPOR via função penalidade e método de pontos interiores.

Na abordagem proposta, uma função penalidade baseada na decomposição em série de Fourier da função triangular é apresentada para ajustar as variáveis de controle,  $taps$  dos transformadores e susceptâncias  $shunt$ , considerando a sua natureza discreta. Uma sequência de problemas contínuos e penalizados, é gerada e resolvida pelo método de pontos interiores implementado no *solver* gratuito IPOPT. As funções penalidade propostas são vantajosas, pois são funções contínuas e diferenciáveis.

Os testes numéricos com os sistemas elétricos IEEE 14 e 30 barras demonstram o potencial do método em obter soluções discretas para o problema de FPOR em tempo computacional aceitável.

**ABSTRACT.** The Optimal Power Flow problem (OPF) is an important problem of electrical engineering investigated since the 60s. The aim of the OPF problem is to determine the operation point of a electricity transmission system that optimizes a given performance of such system and that satisfies its physical and operating constraints. The Reactive Optimal Power Flow problem (ROPF) is a particular case of the OPF problem. The ROPF problem can be mathematically modeled as a nonconvex nonlinear programming problem with discrete and continuous variables. In this paper, a new approach is proposed for solving the ROPF problem. The proposed method comprises treating the discrete variables of the problem by a differentiable penalty function obtained by the decomposition of the triangular wave function through its Fourier series. The interior point methods implemented in the solver IPOPT is used to solve a generated sequence of continuous and penalized problems. The solution of the continuous and penalized problems converge to a solution of the original problem. Numerical tests with the IEEE 14 and 30 bus electrical systems are presented demonstrated the potential of the method.

**Keywords:** optimal power flow, discrete variables, penalty function.

## REFERÊNCIAS

- [1] J. Carpentier. Contribution a l'étude du dispatching économique. *Bulletin de la Societe Francaise des Electriciens*, **3**(1) (1962), 431–447.
- [2] A.D. Papalexopoulos, C.F. Imparato & F.F. Wu. Large-scale optimal power flow: effects of initialization, decoupling and discretization. *IEEE Transactions on Power Systems*, **4**(2) (1989), 748–759.
- [3] W.F. Tinney, J.M. Bright, K.D. Demaree & B.A. Hughes. Some deficiencies in optimal power flow. *IEEE Transactions on Power Systems*, **3**(2) (1988), 676–683.
- [4] S. Granville. Optimal reactive dispatch through interior point methods. *IEEE Transactions on Power Systems*, **9**(1) (1994), 136–146.
- [5] W.H.E. Liu, A.D. Papalexopoulos & W.F. Tinney. Discrete shunt controls in a Newton optimal power flow. *IEEE Transactions on Power Systems*, **7**(4) (1992), 1509–1518.
- [6] M. Liu, S.K. Tso & Y. Cheng. An extended nonlinear primal-dual interior-point algorithm for reactive-power optimization of large-scale power systems with discrete control variables. *IEEE Transactions on Power Systems*, **17**(4) (2002), 982–991.
- [7] E.M. Soler, V.A. de Sousa & G.R. da Costa. A modified primal-dual logarithmic-barrier method for solving the optimal power flow problem with discrete and continuous control variables. *European Journal of Operational Research*, **222**(3) (2012), 616–622.
- [8] A. Wächter & L.T. Biegler. On the implementation of an interior point filter line-search algorithm for large-scale nonlinear programming. *Math. Program.*, **1** (2006), 25–57.

- [9] G.L. Torres & V.H. Quintana. On a nonlinear multiple-centrality-corrections interior-point method for optimal power flows. *IEEE Transactions on Power Systems*, **16** (2001), 222–228.
- [10] A.R.L. Oliveira & A.M. Lima. Comparação entre diferentes formulações do problema de fluxo de potência ótimo utilizando o método de pontos interiores doi: 10.5540/tema.2004.05.02.0281. *Trends in Applied and Computational Mathematics*, **5**(2) (2004), 281–293.
- [11] E.C. Baptista, V.A. Sousa & G.R.M. Costa. A função barreira modificada e o problema de fluxo de potência ótimo doi: 10.5540/tema.2006.07.01.0021. *Trends in Applied and Computational Mathematics*, **7**(1) (2006), 21–30.